# NGHIÊN CỨU THIẾT KẾ TĂNG CƯỜNG KHẢ NĂNG CHỊU UỐN SÀN BÊ TÔNG CỐT THÉP BẰNG VẬT LIỆU TẤM SỢI FRP DÁN NGOÀI

**Nguyễn Thị Thanh*, Phạm Việt Hùng, Ngô Quý Tuấn, Lê Minh Đức,**

**Nguyễn Trường Giang**

Trường Đại học Nông Lâm, Đại học Huế.

*Tác giả liên hệ: nguyenthithanh88@huaf.edu.vn

*Nhận bài:* 25/05/2020 *Hoàn thành phản biện:* 27/08/2020 *Chấp nhận bài*: 23/10/2020

**TÓM TẮT**

Phương pháp tăng cường khả năng chịu uốn của kết cấu sàn bê tông cốt thép sử dụng vật liệu tấm sợi FRP (Fiber Reinforced Polymer) dán ngoài đã trở nên phổ biến, vì những ưu điểm của chúng mang lại như cường độ chịu kéo cao, trọng lượng nhẹ, cách điện, cách nhiệt tốt, bền theo thời gian. Bài báo trình bày quy trình thiết kế tăng cường khả năng chịu uốn của sàn bê tông cốt thép gia cường bằng tấm sợi FRP dán ngoài để đảm bảo yêu cầu khai thác và khảo sát hiệu quả tăng cường tương ứng với các cấp cường độ chịu nén của bê tông theo hướng dẫn ACI 440.2R-17. Kết quả tính toán theo trình tự đề nghị giúp chọn và kiểm tra được diện tích tấm FRP tăng cường cần thiết. Ngoài ra, kết quả tính toán chỉ ra rằng mức độ tăng cường khả năng chịu uốn của sàn tỷ lệ thuận với cường độ chịu nén của bê tông, tương ứng với cường độ bê tông tăng từ 11,5 MPa đến 19,5 MPa, sức kháng uốn tính toán tăng từ 91% đến 144%. Đồng thời, kết quả cũng cho thấy rằng sự phá hoại của sàn bê tông cốt thép xảy ra do mất dính bám giữa lớp FRP gia cường khỏi bề mặt cấu kiện là chủ yếu.

***Từ khóa:*** Gia cường, FRP, Sàn bê tông cốt thép, Khả năng chịu uốn, Hướng dẫn ACI 440.2R-17

# STUDY ON THE FLEXURAL STRENGTHENING DESIGN OF REINFORCED CONCRETE SLABS USING EXTERNALLY BONDED FIBER REINFORCED POLYMER LAMINATES

**Nguyen Thi Thanh*, Pham Viet Hung, Ngo Quy Tuan, Le Minh Duc,**

**Nguyen Truong Giang**

University of Agriculture and Forestry, Hue University.

**ABSTRACT**

The method of the flexural strengthening of reinforced concrete slabs using the externally bonded FRP (fiber reinforced polymer) laminates has become popular because of their advantages as high tensile strength, large modulus of elasticity, lightweight, high abrasion resistance, electrical insulation, good heat resistance and durable over the time. The paper presented the design procedure for the flexural strengthening of reinforced concrete slabs with FRP laminates to ensure the mining requirements and investigation of the reinforcement efficiency corresponding to the compressive strength levels of concrete based on ACI 440.2R-17. Calculation results in the suggested sequence helped select and check the required reinforcement FRP areas. In addition, the calculation results showed that the degree of increased flexural strengthening of the slabs was proportional to the compressive strength of the concrete, corresponding to the concrete strength increased from 11,5 MPa to 19,5 MPa, flexural strengthening increases from 91% to 144%. Moreover, the damage to the reinforced concrete slabs was caused by the debonding between the FRP and the surface of the structures.

***Keywords:*** Strengthening, FRP, Reinforced concrete slab, Flexural strength, ACI 440.2R-17

## 1. MỞ ĐẦU

Kết cấu sàn bê tông cốt thép (BTCT) được sử dụng chủ yếu trong các công trình xây dựng. Sau một thời gian khai thác và sử dụng do sự suy thoái của vật liệu bê tông và cốt thép làm giảm khả năng chịu lực của sàn. Ngoài ra, một số hệ sàn BTCT do sự thay đổi về công năng sử dụng như nâng thêm chiều cao, thêm tầng, mở rộng mặt bằng làm gia tăng về tải trọng tác dụng lên sàn nên cần thiết phải gia cường để đảm bảo khả năng chịu tải trọng.

Từ trước đến nay, có nhiều phương pháp gia cường kết cấu sàn BTCT được ứng dụng thực tế ở nước ta như: Phương pháp mở rộng tiết diện, phương pháp dùng bản thép gia cường (dán bản thép), phương pháp dùng cáp dự ứng lực căng ngoài hoặc sử dụng loại vật liệu sợi tổng hợp (composite) cường độ cao FRP (Fiber-Reinforced Polymer). So sánh với các phương pháp gia cường truyền thống, phương pháp sử dụng tấm composite dính bám ngoài để gia cường sàn BTCT có nhiều ưu điểm như: Thi công nhanh chóng; tấm compostite vừa tăng cường khả năng chịu lực của sàn vừa bảo vệ BTCT; không cần phải đập phá kết cấu, không cần sử dụng cốp pha, đảm bảo giữ nguyên hình dạng kết cấu cũ, không dừng hoạt động khi thi công, cách điện, chịu nhiệt tốt, bền theo thời gian.

Các nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm trước đây về hiệu quả giải pháp gia cường kết cấu sàn với các tấm composite đã được thực hiện. Theo Meier và Kaiser (1991); Ritchie và cs. (1991); Sharif và cs. (1994) sử dụng tấm FRP liên kết vào mặt kéo của cấu kiện BTCT chịu uốn với các sợi FRP được phân bố theo hướng dọc của cấu kiện sẽ làm gia tăng khả năng chịu uốn của tiết diện từ 10 đến 160% đã được ghi nhận.

Nghiên cứu của Sheikh (2002) chỉ ra tấm vật liệu sợi carbon và sợi thủy tăng cường đáng kể (khoảng 150%) về độ bền uốn. Theo nghiên cứu của Ayman và cs. (2003), việc sử dụng tấm FRP làm tăng đáng kể khả năng chịu tải của kết cấu sàn lên đến 500% so với sàn không gia cường và 200% đối với sàn được gia cường bằng tấm thép.

Esfahani và cs. (2007) đã khảo sát ứng xử uốn của dầm bê tông cốt thép được gia cường bằng cách sử dụng tấm CFRP. Kết quả cho thấy độ bền uốn của dầm tăng lên so với mẫu đối chứng là 100%.

Ola Enochsson và cs. (2007) đã nghiên cứu thực nghiệm gia cường tấm CFRP với các tấm sàn có và không có lỗ mở. Kết quả chỉ ra rằng, đối với CFRP tấm tăng cường, khả năng chịu tải tăng lên từ 24 đến 125% so với bản sàn có lỗ mở, và từ 22 đến 110% so với sàn không lỗ mở.

Nghiên cứu của Mukherjee và cs. (2009) chỉ ra rằng tải trọng cuối cùng tăng hơn 100% khi gia cường dầm bằng tấm sợi carbon. Theo kết quả nghiên cứu của Fahmy và cs. (2014), việc sử dụng các tấm CFRP gắn vào chiều dài bản sàn làm tăng khả năng chịu tải cuối cùng từ 79,8% đến 107,7% tùy thuộc vào số lượng các tấm sử dụng. Bên cạnh đó độ dẻo sàn tăng lên đáng kể và cho thấy rằng có sự mở rộng của của các vết nứt cho đến khi bị phá hoại.

Wissam (2015) đã nghiên cứu thực nghiệm ứng xử uốn của sàn BTCT một phương có lỗ mở áp bằng cách sử dụng tấm CFRP tăng cường. Kích thước, hình dạng của lỗ mở, chiều dài và chiều rộng của tấm CFRP là các thông số chính được xem xét. Nghiên cứu chỉ ra rằng việc gia cường sàn bằng tấm CFRP làm tăng khả năng chịu tải cuối cùng khoảng 110,17%, giảm độ võng sàn khoảng 72,66%, giảm biến dạng nén bê tông khoảng 55,57%, tăng tải trọng gây xuất hiện vết nứt khoảng 295,65% và giảm chiều rộng vết nứt khoảng 100%.

Tại Việt Nam, vật liệu FRP mới được biết đến trong khoảng 10 năm gần đây. Công nghệ này được áp dụng đặc biệt trong việc sửa chữa và gia cường các công trình

bằng bê tông, khi mà các giải pháp truyền thống tỏ ra không hiệu quả về tính khả thi và chi phí. Vật liệu FRP được sử dụng để gia cố, tăng khả năng chịu lực của hệ thống cầu giao thông, bản sàn, dầm, cột và vách cứng. Cũng đã có nhiều nghiên cứu về cả thực nghiệm lẫn lý thuyết về việc gia cường các cấu kiện riêng lẻ bê tông cốt thép bằng tấm FRP được thực hiện.

Theo Hoàng Phương Hoa và Nguyễn Đình Khánh (2011) khi sử dụng các tấm CFRP gia cường uốn, khả năng chịu uốn của dầm tăng 36,07%. Theo nghiên cứu của Nguyễn Hữu Tuân và cs. (2015) đã phân tích một số yếu tố ảnh hưởng tới hiệu quả gia cường dầm BTCT bằng tấm chất dẻo có cốt sợi có xét tới ảnh hưởng của điều kiện môi trường, ảnh hưởng của chất lượng bê tông bề mặt, ứng suất trong bê tông vùng chịu nén. Kết quả nghiên cứu cho thấy, điều kiện môi trường có tác động đáng kể tới hiệu quả gia cường, đặc biệt là khi sử dụng loại sợi thủy tinh và sợi aramid. Bên cạnh đó, hiệu quả gia cường phụ thuộc rất lớn vào đặc tính cơ học của vật liệu gia cường và chất lượng bê tông bề mặt của cấu kiện được gia cường.

Theo nghiên cứu của Nguyễn Chí Thanh và cs. (2017), kết quả chỉ ra sức chịu tải của kết cấu bản được gia cường bằng lớp vật liệu composite được tăng lên khoảng 200%. Kết quả thí nghiệm cho thấy toàn bộ các bản được gia cường bị phá hoại do sự bong bật của lớp gia cường tại vị trí có mô men và lực cắt tương đối lớn.

Như vậy, có thể thấy phương pháp gia cường kết cấu BTCT bằng tấm sợi FRP dán ngoài nhận được nhiều sự quan tâm của các nhà nghiên cứu, trong tất cả lĩnh vực của xây dựng như: dân dụng, giao thông, thủy lợi. Tuy nhiên, hiện nay tại Việt Nam chưa xây dựng được tiêu chuẩn thiết kế kết cấu bê tông được gia cường FRP. Bên cạnh đó, việc nghiên cứu ứng dụng vật liệu FRP để gia cường sàn BTCT tại Việt Nam đang mới bắt đầu nên cần được tiếp tục nghiên cứu về cả phương diện lý thuyết và thực nghiệm.

Trong bài báo này, tác giả trình bày quy trình thiết kế tăng cường khả năng chịu uốn của sàn bê tông cốt thép để đảm bảo yêu cầu khai thác và khảo sát hiệu quả tăng cường tương ứng với các cấp cường độ chịu nén của bê tông. Phạm vi nghiên cứu giới hạn với sàn BTCT trong công trình dân dụng có thay đổi công năng, sử dụng phương pháp tính toán theo Hướng dẫn ACI 440.2R-17.

## 2. NỘI DUNG VÀ PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Để thực hiện nội dung này, một số phương pháp nghiên cứu lý thuyết được tác giả sử dụng, cụ thể là phương pháp phân tích và tổng hợp lý thuyết và phương pháp mô hình hóa. Cơ sở lý thuyết để thực hiện nghiên cứu là phương pháp thiết kế khả năng chịu lực cho cấu kiện BTCT theo ACI 440.2R-17. Bên cạnh đó tác giả sử dụng phương pháp mô hình hóa bằng phần mềm Etabs v17 để phân tích nội lực cho công trình.

### 2.1. Vật liệu FRP

*2.1.1. Giới thiệu về vật liệu FRP*

Vật liệu FRP (Fiber Reinforced Polymer) là một dạng vật liệu composite được chế tạo từ các vật liệu sợi, trong đó có ba loại vật liệu sợi thường được sử dụng là sợi carbon CFRP, sợi thuỷ tinh GFRP và sợi aramid AFRP. Đặc tính của các loại sợi này là có cường độ chịu kéo rất cao, mô đun đàn hồi rất lớn, trọng lượng nhỏ, khả năng chống mài mòn cao, cách điện, chịu nhiệt tốt, bền theo thời gian. Các dạng FRP dùng trong xây dựng thường có các dạng như: FRP dạng tấm, FRP dạng thanh, FRP dạng cáp, FRP dạng vải, dạng cuộn... Trong sửa chữa và gia cố công trình xây dựng thường dùng các loại FRP dạng tấm và dạng vải. Trong số các vật liệu composite dùng để gia cường kết cấu bằng bê tông cốt thép thì vật liệu tấm sợi các bon (CFRP) được sử dụng

rộng rãi do nó các đặc tính tốt hơn so với các vật liệu cốt sợi khác.

*2.1.2 Cấu trúc vật liệu FRP*

Thành phần cấu tạo cơ bản của vật liệu FRP gồm nhựa nền, cốt sợi, lớp áo bảo vệ. Độ bền, mức tăng khả năng chịu lực cũng như hiệu quả gia cường phụ thuộc vào các thành phần cấu tạo và cách gia cố, bố trí vật liệu.

*2.1.3. Tính chất cơ lý của vật liệu FRP*

*a. Khối lượng riêng:* Vật liệu FRP có khối lượng riêng nhỏ hơn thép từ 4 đến 6 lần tùy thuộc vào loại cốt sợi hoặc chất độn (Bảng 1). Việc giảm khối lượng riêng giúp giảm giá thành vận chuyển, giảm phần tĩnh tải gia tăng của kết cấu và có thể dễ dàng xử lý vật liệu ở công trường.

***Bảng 1***. Khối lượng riêng của các loại vật liệu composite, (g/cm$^3$)

| Thép | Cốt sợi thủy tinh | Cốt sợi các bon | Cốt sợi aramid |
|---|---|---|---|
| 7,9 | 1,2 - 2,1 | 1,5 -1,6 | 1,2 - 1,5 |

*b. Hệ số dãn nở nhiệt:* Hệ số dãn nở nhiệt của vật liệu FRP chịu lực mỗi chiều khác nhau theo phương dọc và ngang tùy thuộc vào kiểu loại cốt sợi, cách dệt, loại nhựa nền và tỷ lệ cốt sợi (Bảng 2).

***Bảng 2***. Hệ số dãn nở nhiệt của các loại vật liệu composite*

| Chiều | Hệ số dãn nở nhiệt (×10$^{-6}$/°C) | | |
|---|---|---|---|
| | GFRP | CFRP | AFRP |
| Theo chiều dọc $\alpha_L$ | 6 ÷ 10 | -1 ÷ 0 | -6 ÷ -2 |
| Theo chiều ngang $\alpha_T$ | 19 ÷ 23 | 22 - 50 | 60 ÷ 80 |

**Đây là các giá trị điển hình đối với hàm lượng thể tích cốt sợi thay đổi trong phạm vi 0,5 tới 0,7*

*c. Đặc tính cơ học:*

* Cường độ chịu kéo: Ứng xử kéo của vật liệu này được biểu diễn bằng quan hệ ứng suất - biến dạng đàn hồi tuyến tính đến khi bị phá hoại, và trong trường hợp này sự phá hoại là đột ngột và giòn. Các tham số như: kiểu cốt sợi, chiều sắp xếp của cốt sợi, lượng cốt sợi và phương pháp cũng như điều kiện chế tạo cốt sợi ảnh hưởng tới đặc tính chịu kéo của vật liệu này.

* Mô đun đàn hồi: Các mô đun đàn hồi của vật liệu FRP cốt sợi thủy tinh trong các cấu kiện xây dựng thường thấp hơn so với thép hoặc nhôm. Tuy nhiên, vật liệu FRP sợi carbon nếu cần có thể được thiết kế để cung cấp các đặc tính mô đun đàn hồi tương đương với thép hoặc nhôm. Mô đun sợi riêng, hướng sợi trong các lớp, khối lượng sợi (so với nhựa) và độ dày các lớp sẽ ảnh hưởng đến giá trị mô đun đàn hồi và trở nên quan trọng trong việc lựa chọn vật liệu cho các thiết kế.

Các đặc tính kỹ thuật của tấm CFRP có trên thị trường tổng hợp ở Bảng 3.

***Bảng 3.*** Đặc tính kỹ thuật của tấm CFRP có trên thị trường (Công ty Tư vấn Xây dựng VNT Việt Nam)

| Mật độ sợi (g/m$^2$) | Độ dày (mm) | Cường độ chịu kéo (MPa) | Mô đun đàn hồi (GPa) | Độ giãn dài (%) | Khổ tấm (cm) |
|---|---|---|---|---|---|
| 200 | 0,111 | 3200 - 3400 | 220 - 240 | 1,6 - 1,8 | 10, 15, 20, 25, 30, 33, 50, 60 |
| 230 | 0,127 | 3200 - 3400 | 220 - 240 | 1,6 - 1,8 | |
| 300 | 0,167 | 3200 - 3400 | 220 - 240 | 1,6 - 1,8 | |
| 400 | 0,222 | 3200 - 3400 | 220 - 240 | 1,6 - 1,8 | |
| 450 | 0,250 | 3200 - 3400 | 220 - 240 | 1,6 - 1,8 | |
| 530 | 0,294 | 3200 - 3400 | 220 - 240 | 1,6 - 1,8 | |
| 600 | 0,333 | 3200 - 3400 | 220 - 240 | 1,6 - 1,8 | |

*Thông số ở Bảng 3 cho vật liệu CFRP nhập khẩu từ Nhật Bản hoặc Trung Quốc*

## 2.2. Khả năng chịu uốn của cấu kiện sàn bê tông cốt thép gia cố bằng FRP

*2.2.1. Giả thuyết tính toán*

Để tính toán gia cường sàn bằng tấm FRP một số giả thiết sau được sử dụng:

- Việc tính toán thiết kế dựa trên kích thước, sự sắp xếp của cốt thép bên trong, và các đặc tính vật liệu của các thành phần hiện có.

- Các biến dạng trong cốt thép và bê tông là tỷ lệ thuận với khoảng cách từ trục trung hòa. Tiết diện luôn phẳng khi chịu tải.

- Không có sự trượt tương đối giữa vật liệu tấm FRP và bê tông.

- Vật liệu gia cố FRP có mô hình quan hệ ứng suất - biến dạng là tuyến tính.

- Bỏ qua biến dạng cắt trong lớp dính bám vì lớp dính rất mỏng với và sự thay đổi về độ dày là nhỏ.

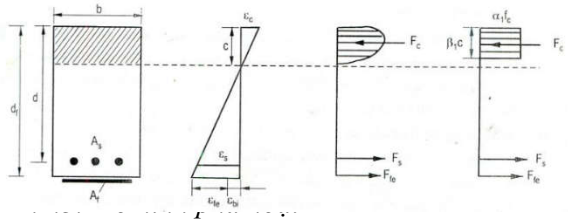
- Không tính đến khả năng chịu kéo của bê tông.

- Giá trị biến dạng phá hoại lớn nhất của bê tông là 0,003.

*2.2.2. Nguyên lý tính toán*

Việc tính toán thiết kế gia cường khả năng chịu uốn của kết cấu bê tông dựa trên giả thiết vật liệu FRP dán bên ngoài bề mặt chịu kéo của tiết diện sẽ tham gia chịu kéo cùng với cốt thép chịu kéo của tiết diện, do đó nâng cao được khả năng chịu uốn của tiết diện được gia cường FRP (Hình 1). Với sàn bê tông cốt thép, tiết diện tính toán được xem như cắt một dải bản rộng b=1m, có chiều cao bằng chiều cao sàn.

***Hình 1***. Biến dạng và sự phân bố ứng suất cho tiết diện sàn hình chữ nhật ở trạng thái chịu uốn



Cường độ chịu uốn của tiết diện phụ thuộc vào mô hình phá hoại. Cấu kiện được gia cường bằng lớp vật liệu cốt sợi tổng hợp FRP có thể phá hoại theo 5 trường hợp:

- Sự phá hoại của bê tông trong vùng nén trước khi cốt thép chịu kéo bị chảy,

- Sự chảy dẻo của thép trong vùng chịu kéo ngay sau khi xảy ra sự phá hoại của tấm gia cường,

- Sự chảy dẻo của thép trong vùng chịu kéo sau khi có sự phá hoại của bê tông vùng chịu nén (phá hoại đồng thời),

- Sự bóc tách do lực cắt hoặc lực kéo tác động lên lớp bê tông bảo vệ,

- Sự bóc tách của lớp vật liệu gia cường khỏi bề mặt bê tông.

Khi tính toán gia cường, trước tiên cần xác định mô hình phá hoại của cấu kiện, đó là cơ sở để tính ứng suất, biến dạng trong mỗi loại vật liệu. Khi thiết kế gia cường sàn cần tính toán sao cho sàn ở trạng thái phá hoại đồng thời là hợp lý nhất, tức là lúc đó cả bê tông chịu nén, cốt thép kéo và tấm FRP bị phá hoại cùng lúc.

*2.2.4. Hệ số triết giảm môi trường và điều kiện làm việc*

***Bảng 4.*** Hệ số triết giảm do yếu tố môi trường cho các hệ thống FRP khác nhau

| Điều kiện tiếp xúc | Dạng sợi | Hệ số chiết giảm do yếu tố môi trường $C_E$ |
|---|---|---|
| Tiếp xúc trong | CFRP | 0,95 |
| | GFRP | 0,75 |
| | AFRP | 0,85 |
| Cấu kiện làm việc bên ngoài môi trường (cầu, cầu tàu, và nhà để xe không có cửa) | CFRP | 0,85 |
| | GFRP | 0,65 |
| | AFRP | 0,75 |
| Cấu kiện làm việc ở môi trường xâm thực (nhà máy hóa học và nhà máy xử lý nước thải) | CFRP | 0,85 |
| | GFRP | 0,50 |
| | AFRP | 0,70 |

### *2.2.5. Quy trình tính toán thiết kế khả năng chịu lực của sàn BTCT gia cố bằng FRP theo* ACI 440.2R-17

***Bảng 5***. Quy trình tính toán thiết kế khả năng chịu lực của sàn BTCT gia cố bằng FRP

| Stt | Quy trình tính toán |
|---|---|
| Bước 1 | Kiểm tra điều kiện tính toán tăng cường sức kháng uốn<br>$(\varphi M_n)_{existing} \geq (1{,}1M_{DL} + 0{,}75M_{LL})_{new}$ (1)<br>*Trong đó, $(\varphi M_n)_{existing}$: sức kháng uốn hiện hữu ((kNm); $M_{LL}$: mô men tính toán do hoạt tải gây ra (kNm) và $M_{DL}$ : momen tính toán do tĩnh tải gây ra (kNm)* |
| Bước 2 | Xác định các đặc trưng của vật liệu FRP sử dụng theo điều kiện tiếp xúc với môi trường<br>- Cường độ chịu kéo giới hạn: $f_{fu} = C_E f^*_{fu}$ (2)<br>- Biến dạng kéo giới hạn: $\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon^*_{fu}$ (3)<br>- Mô đun đàn hồi ($E_f$).<br>*Trong đó, $C_E$: hệ số triết giảm môi trường lấy theo bảng 4; $f^*_{fu}$: cường độ chịu kéo thiết kế của FRP (MPa); $\varepsilon^*_{fu}$: biến dạng phá hoại cực hạn của FRP (mm/mm).* |
| Bước 3 | Tính toán sơ bộ các đặc trưng của vật liệu bê tông, cốt thép, tấm FRP ($E_c$ , $\beta_1$, $A_s$ , $A_f$)<br>*a. Đặc tính của bê tông:*<br>- Hệ số khối ứng suất (từ ACI 318-05) : $\beta_1 = 1{,}05 - 0{,}05\frac{f'_c}{6.9}$ (4)<br>- Mô đun đàn hồi $E_c$: $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$ (5)<br>*Trong đó, $f'_c$: cường độ chịu nén tính toán của bê tông mẫu nén hình trụ (MPa)*<br>*b. Đặc tính của cốt thép:* Diện tích của cốt thép: $A_s$ ($mm^2$)<br>*c. Đặc tính của FRP:* Diện tích của vật liệu FRP gia cố bên ngoài : $A_f = nt_f w_f$ (6)<br>Chọn trước số lớp n, bề dày $t_f$ và bề rộng FRP $w_f$ gia cường trên dải bản bề rộng 1m |
| Bước 4 | Tính toán biến dạng ban đầu tại mặt dưới của sàn, $\varepsilon_{bi}$<br>Biến dạng ban đầu của sàn được tính toán với giả thiết khi cấu kiện bị nứt tại thời điểm thi công FRP và tải tác dụng tại thời điểm này là tĩnh tải: $\varepsilon_{bi} = \frac{M_{DL}(d_f - kd)}{I_{cr}E_c}$ (7)<br>Với: $k = \sqrt{2\left[\rho_s n_s + \rho_f n_f \left(\frac{d_f}{d}\right)\right] + \left(\rho_s n_s + \rho_f n_f\right)^2} - (\rho_s n_s + \rho_f n_f)$ (8)<br>Mômen quán tính mặt cắt tính đổi $I_{cr}$: $I_{cr} = \frac{b(kd)^2}{3} + n_s A_s (d - kd)^2$ (9)<br>$n_s = \frac{E_s}{E_C}$ (10) ; $n_f = \frac{E_f}{E_C}$ (11) ; $\rho_s = \frac{A_s}{bd}$ (12); $\rho_f = \frac{A_f}{bd_f}$ (13)<br>*Trong đó, b: chiều rộng tiết diện (mm); d: chiều cao hữu hiệu của cốt thép (mm); $d_f$: chiều cao hữu hiệu của vật liệu FRP (mm); k: tỷ số giữa chiều cao trục trung hòa với chiều cao hữu hiệu của cốt thép xét trên mặt cắt đã nứt; $E_s$: mô đun đàn hồi của thép (MPa).* |
| Bước 5 | Xác định biến dạng mà sự bóc tách FRP có thể xảy ra, $\varepsilon_{fd}$<br>Biến dạng do bóc tách của FRP được tính toán ứng với mô hình phá hoại mất kết dính FRP:<br>$\varepsilon_{fd} = 0{,}42\sqrt{\frac{f'_c}{nE_f t_f}} \leq 0{,}9\varepsilon_{fu}$ (14)<br>Thỏa mãn: Phá hoại do mất dính bám FRP. Không thỏa mãn: Phá hoại do đứt tấm FRP |
| Bước 6 | Giả định chiều cao trục trung hòa ở trạng thái giới hạn cực hạn, c = 0,2d<br>Giá trị của c sẽ được điều chỉnh sau khi kiểm tra điều kiện cân bằng |
| Bước 7 | Tính toán biến dạng hữu hiệu của vật liệu FRP, $\varepsilon_{fe}$<br>$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{cu}\left(\frac{d_f - c}{c}\right) - \varepsilon_{bi} \leq \varepsilon_{fd}$ (15)<br>*Trong đó, $\varepsilon_{cu}$: biến dạng dọc trục tối đa của bê tông lấy bằng 0,003 (mm/mm)*<br>- Thỏa mãn: Phá hoại do nén bê tông |

| | |
|---|---|
| | - Không thỏa mãn: Phá hoại do mất dính bám→ Lấy $\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{fd}$<br>Biến dạng phá hoại của bê tông $\varepsilon_c$ có thể nhỏ hơn 0,003 và có thể được tính bằng cách sử dụng tính chất tam giác đồng dạng: $\varepsilon_c = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi})\left(\frac{c}{d_f - c}\right)$ (16) |
| Bước 8 | Tính toán biến dạng của cốt thép: $\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi})\left(\frac{d-c}{d_f-c}\right)$ (17) |
| Bước 9 | Tính toán ứng suất của cốt thép ($f_s$) và ứng suất có hiệu trong tấm FRP ($f_{fe}$)<br>$f_s = E_s\varepsilon_s \le f_y$ (18) ; $f_{fe} = E_f\varepsilon_{fe}$ (19)<br>Nếu $f_s > f_y \rightarrow$ Lấy $f_s = f_y$. *Trong đó, $f_y$ : giới hạn chảy của thép (MPa)* |
| Bước 10 | Thiết lập phương trình cân bằng và tính chiều cao vùng nén (c)<br>Các hệ số khối ứng suất $\beta_1$, $\alpha_1$ được hiệu chỉnh dựa trên quan hệ dạng đường cong parabol ứng suất - biến dạng của bê tông, theo Viện bê tông Hoa Kỳ<br>$\beta_1 = \frac{4\varepsilon_c' - \varepsilon_c}{6\varepsilon_c' - 2\varepsilon_c}$ (20) ; $\alpha_1 = \frac{3\varepsilon_c'\varepsilon_c - \varepsilon_c^2}{3\beta_1\varepsilon_c'^2}$ (21); $\varepsilon_c' = \frac{1.7f_c'}{E_C}$ (22)<br>Chiều cao vùng nén tính toán c : $c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\alpha_1 f_c' \beta_1 b}$ (23)<br>*Trong đó, $\varepsilon'_c$: biến dạng tối đa của bê tông không gia cường lấy bằng 0,002 (mm/mm)*<br>Kiểm tra hội tụ của chiều cao vùng nén tính toán với chiều cao trục trung hòa giả định ban đầu (Bước 6) → Nếu đạt, c giả định chính là chiều cao vùng nén (lúc này bỏ qua bước 11) |
| Bước 11 | Thay đổi (c), tính lặp lại từ bước 7 đến bước 10 để đạt được điều kiện cân bằng → Giá trị c cuối cùng |
| Bước 12 | Tính toán sức kháng uốn thành phần<br>+ Sức kháng uốn do thép đóng góp: $M_{ns} = A_s f_s\left(d - \frac{\beta_1 c}{2}\right)$ (24)<br>+ Sức kháng uốn do FRP đóng góp: $M_{nf} = \psi_f A_f f_{fe}(d_f - \frac{\beta_1 c}{2})$ (25)<br>Hệ số giảm sức kháng uốn $\psi_f$ = 0,85, được áp dụng cho sự đóng góp của hệ thống FRP. |
| Bước 13 | Tính toán sức kháng uốn tính toán của tiết diện ($M_r$).<br>+ Sức kháng uốn danh định của tiết diện ($M_n$):<br>$M_n = M_{ns} + M_{nf} = A_s f_s\left(d - \frac{\beta_1 c}{2}\right) + \psi_f A_f f_{fe}(d_f - \frac{\beta_1 c}{2})$ (26)<br>+ Sức kháng uốn tính toán $M_r$ được tính toán sử dụng phương trình :<br>$M_r = \phi M_n = \phi(M_{ns} + M_{nf}) = \phi(A_s f_s\left(d - \frac{\beta_1 c}{2}\right) + \psi_f A_f f_{fe}(d_f - \frac{\beta_1 c}{2}))$ (27)<br>Hệ số giảm cường độ $\phi$ được tính:<br>$\phi = \begin{cases} 0{,}90 \text{ với } \varepsilon_t \ge 0{,}005 \\ 0{,}65 + \frac{0.25(\varepsilon_t - \varepsilon_{sy})}{0.005 - \varepsilon_{sy}} \text{ với } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_t < 0.005 \\ 0{,}65 \text{ với } \varepsilon_t \le \varepsilon_{sy} \end{cases}$ (28)<br>*Trong đó, $\varepsilon_t$ : Biến dạng của cốt thép dọc tại giới hạn chảy (mm/mm); $\varepsilon_{sy}$ : Biến dạng của kéo cực hạn của cốt thép tại cường độ danh nghĩa (mm/mm)*<br>+ Kiểm tra điều kiện chịu tải: $M_r \ge M_u$<br>*Trong đó, $M_u$: giá trị mô men do tải trọng gây ra (kNm)*<br>+ Mức độ gia tăng sức kháng uốn: $\%\Delta M = [M_r - (\phi M_n)_{existing}]100\%/(\phi M_n)_{existing}$ |

## 3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

### 3.1. Thiết kế gia cường sàn BTCT bằng tấm FRP dán bề mặt

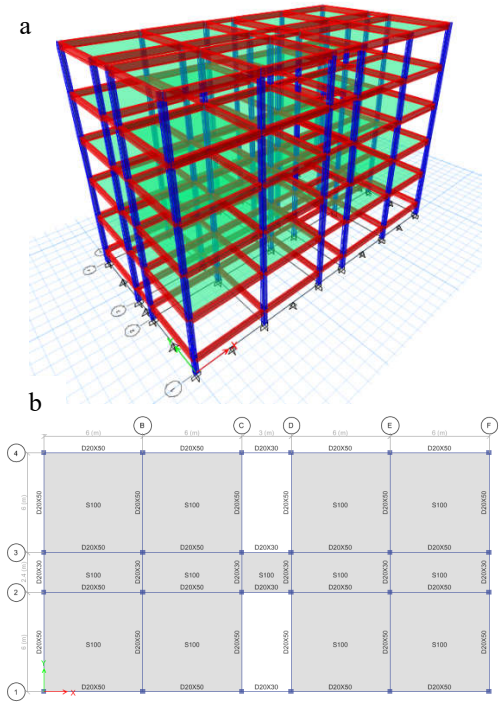
*3.1.1. Thông tin mô hình công trình*

Xét công trình 5 tầng, kết cấu khung BTCT. Chọn mặt bằng sàn BTCT tầng 2 để tính toán, chiều dày sàn $h_s$=100mm. Chịu tác dụng của tĩnh tải bao gồm trọng lượng bản thân $g_{bt}$, trọng lượng các lớp cấu tạo sàn $g_s$=200 daN/m$^2$, hoạt tải sử dụng $q_l$=200 daN/m$^2$.Vật liệu sử dụng là bê tông B25, cốt thép sàn nhóm CI. Kích thước tiết diện dầm, cột được chọn như Hình 2.

Trong phần này, sàn BTCT được phân tích theo hai trường hợp khác nhau:

+ Trong trường hợp 1: Sàn BTCT với tải trọng như trên được thiết kế đủ điều kiện chịu lực.

+ Trong trường hợp 2: Sàn với tải trọng được tăng cường (thay đổi công năng sử dụng), hoạt tải tác dụng mới $q_2$=600 daN/m$^2$, lúc này cấu kiện sàn được thiết kế trong trường hợp một không còn đủ khả năng chịu lực. Thiết kế gia cường bằng vật liệu FRP cho sàn.



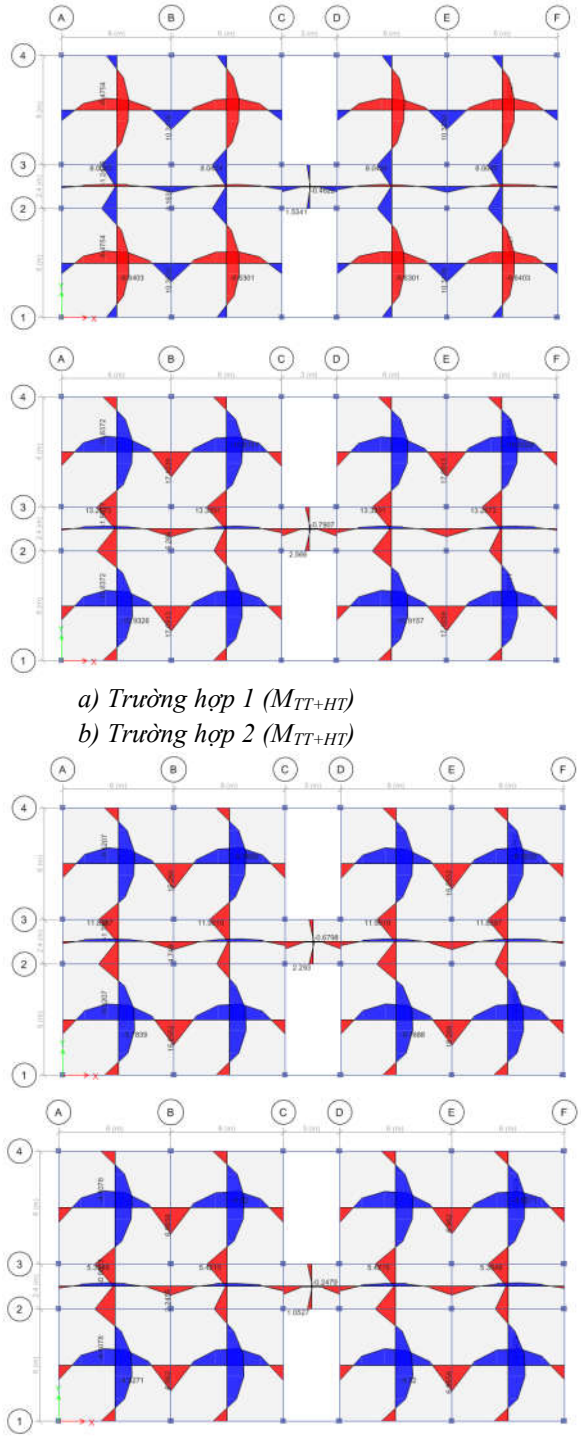
*a) Mô hình kết cấu công trình trên phần mềm Etabs 2017*

*b) Mặt bằng sàn tầng 2*

***Hình 2.*** Sơ đồ kết cấu sử dụng trong phân tích

*3.1.2. Tính toán nội lực*

Nội lực để tính toán thép sàn được lấy từ kết quả mô men của tổ hợp tải trọng tĩnh tải + hoạt tải. Tiến hành chia dải strip để lấy nội lực tính toán, kết quả như sau:



*a) Trường hợp 1 ($M_{TT+HT}$)*

*b) Trường hợp 2 ($M_{TT+HT}$)*

*c) Trường hợp 2 ($M_{1.1.TT+0.75HT}$)*

*d) Trường hợp 2 ($M_{TT}$)*

***Hình 3.*** Mô men sàn BTCT bằng phần mềm phân tích kết cấu Etabs v.17

***Bảng 6.*** Mô men trong sàn (TH1)

| Cấu kiện sàn | Trường hợp tải trọng/ tổ hợp tải trọng | $M_{max}$ (kNm) |
|---|---|---|
| Tầng 2 | TT+HT | 6,64 |

Từ các thông số nội lực trường hợp 1, tác giả chọn, bố trí thép và tiến hành kiểm tra khả năng chịu lực của sàn theo TCVN 5574-2018, kết quả như Bảng 7.

***Bảng 7.*** Kết quả tính toán thép sàn (TH1)

| Sàn | Thép | Hàm lượng | [$M_{gh}$] (kNm) | Kiểm tra |
|---|---|---|---|---|
| S1 | ϕ10a150 | 0,65 % | 9,91 | Đạt |

Từ mô hình phân tích trường hợp 2 (tải trọng tăng thêm), kết quả nội lực được tổng hợp như sau:

***Bảng 8.*** Mô men trong sàn (trường hợp 2)

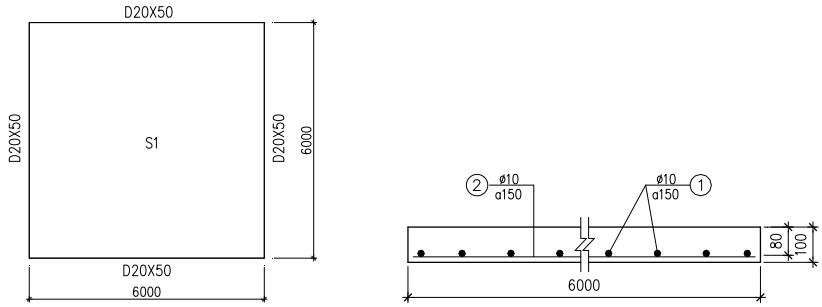
| Cấu kiện sàn | Trường hợp tải trọng/ tổ hợp tải trọng | $M_{max}$ (kNm) |
|---|---|---|
| Tầng 2 | TT+HT | 10,94 |
| | 1,1TT+0,75HT | 9,78 |
| | TT | 4,53 |

Như vậy sàn không còn đủ khả năng chịu lực cần phải được gia cường.

*3.1.3. Thiết kế gia cường sàn BTCT bằng vật liệu FRP*

*a. Thông số bài toán:*

Ô sàn S1 BTCT có kích thước $l_1$x $l_2$ = 6m x 6m. Bê tông, thép và tính chất vật liệu gia cố cũng như chi tiết của mặt cắt ngang của sàn được thể hiện trong Bảng 9 và Hình 4. Sử dụng vật liệu FRP dán bề mặt, điều kiện làm việc tiếp xúc kín. Thiết kế gia cường tấm FRP để sàn có thể chịu được $M_{max}$=10,94 kNm.



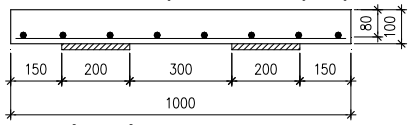

***Hình 4.*** Mặt bằng và mặt cắt sàn gia cường

***Bảng 9.*** Thông số sàn và vật liệu được sử dụng

| STT | Thông số | Số liệu | Đơn vị |
|---|---|---|---|
| Thông số sàn và vật liệu | Kích thước, $l_1$ | 6000 | mm |
| | Kích thước, $l_2$ | 6000 | mm |
| | chiều dày sàn, $h_s$ | 100 | mm |
| | Chiều cao vùng nén, $d$ | 80 | mm |
| | Cường độ nén BT B20, $f'_c$ | 18,85 | N/mm$^2$ |
| | Giới hạn chảy của thép nhóm CI, $f_y$ | 247,5 | N/mm$^2$ |
| | Mô đun đàn hồi của thép, $E_s$ | 210000 | N/mm$^2$ |
| | Cốt thép chịu kéo, $A_s$ | ϕ10a150 | 5,23 cm$^2$ |
| Thông số nội lực | Mô men tính toán giới hạn không gia cường (Sức kháng uốn tính toán kết cấu hiện hữu), $(\varphi M_n)_{existing}$ | 9,91 | kNm |
| | Mômen giới hạn tăng cường do tĩnh tải và hoạt tải mới gây ra, $(1.1M_{DL}+0.75M_{LL})_{new}$ | 9,78 | kNm |
| | Mô men tính toán gia cường, $M_u$ | 10,94 | kNm |
| | Mô men tính toán do tĩnh tải gây ra, $M_{DL}$ | 4,53 | kNm |
| Đặc tính FRP do nhà sản xuất cung cấp | Chiều dày mỗi tấm, $t_f$ | 0,33 | mm |
| | Cường độ kéo đứt, $f^*_{fu}$ | 3792 | N/mm$^2$ |
| | Biến dạng khi kéo đứt, $\varepsilon^*_{fu}$ | 0,0167 | mm/mm |
| | Mô đun đàn hồi, $E_f$ | 227527 | N/mm$^2$ |

*b. Quy trình và kết quả tính toán*

***Bảng 10.*** Quy trình và kết quả tính toán

| STT | Quy trình và kết quả |
|---|---|
| Bước 1 | Kiểm tra điều kiện tính toán tăng cường sức kháng uốn<br>$(\varphi M_n)_{existing}$ = 9,91 kNm > (1,1$M_{DL}$+0,75$M_{LL}$)= 9,78 kNm → Thỏa mãn điều kiện gia cường bằng FRP |
| Bước 2 | Xác định các đặc trưng của vật liệu FRP sử dụng theo điều kiện tiếp xúc với môi trường<br>$C_E$= 0,95 ; $f_{fu} = 3602{,}4\frac{N}{mm^2}$; $\varepsilon_{fu} = 0{,}01587\ mm/mm$; $E_f$= 227527 N/mm$^2$ |
| Bước 3 | Tính toán sơ bộ các đặc trưng của vật liệu bê tông, cốt thép, tấm FRP<br>- $\beta_1$=0,913; $E_c = 20406\ N/mm^2$; $A_s$= 523 mm$^2$<br>Vật liệu FRP: Chọn 01 lớp, chọn tỷ lệ bề rộng gia cố là 40%→ bề rộng bố trí tấm FRP trên 1m bề rộng sàn $w_f$= 2*200mm như hình vẽ. Diện tích của vật liệu FRP gia cố: $A_f$ = 132 mm$^2$<br>  <br>***Hình 5.*** Bố trí tấm FRP gia cường trên 1m sàn |
| Bước 4 | Tính toán biến dạng ban đầu tại mặt dưới của sàn, $\varepsilon_{bi}$<br>Kết quả: $n_s$= 10,291; $n_f$=11,150; $\rho_s$= 0,007; $\rho_f$= 0,002; k = 0,348; $I_{cr}$= 21832432 mm$^4$; $\varepsilon_{bi}$= 0,00073mm/mm |
| Bước 5 | Xác định biến dạng mà sự bóc tách FRP có thể xảy ra, $\varepsilon_{fd}$<br>Kết quả: $\varepsilon_{fd}$=0,0065 < 0,9*0,01587=0,0143 mm/mm → Mô hình phá hoại là do mất kết dính tấm FRP. |
| Bước 6 | Giả định chiều cao trục trung hòa ở trạng thái giới hạn cực hạn (c): c = 0,2d =16 mm |
| Bước 7 | Tính toán biến dạng hữu hiệu của vật liệu FRP, $\varepsilon_{fe}$ = 0,01502 mm/mm > $\varepsilon_{fd}$ = 0,0065 mm/mm<br>→ Mô hình phá hoại là do mất kết dính tấm FRP. Lấy $\varepsilon_{fe}$ = $\varepsilon_{fd}$ = 0,0065 mm/mm<br>Biến dạng phá hoại của bê tông $\varepsilon_c$: $\varepsilon_c$= 0,00138 mm/mm |
| Bước 8 | Tính toán biến dạng của cốt thép: $\varepsilon_s$=0,00551 mm/mm |
| Bước 9 | Tính toán ứng suất của cốt thép ($f_s$) và ứng suất có hiệu trong tấm FRP ($f_{fe}$)<br>Kết quả: $f_s$=1157 N/mm$^2$ > $f_y$=247,5 N/mm$^2$. Lấy $f_s$=247,5 N/mm$^2$ ; $f_{fe}$ = 1478N/mm$^2$ |

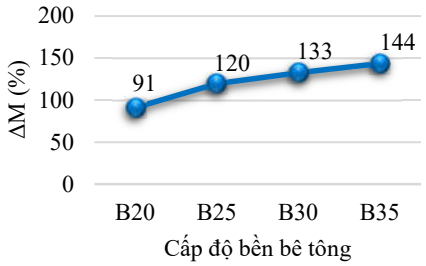
| | |
|---|---|
| Bước 10 | Thiết lập phương trình cân bằng và tính chiều cao vùng nén (c)<br>Kết quả: $\beta_1 = 0,736$; $\alpha_1 = 0,844$; $\varepsilon'_c = 0,0016$; c =27,74 mm. Kiểm tra điều kiện hội tụ c: Chưa đạt |
| Bước 11 | Thay đổi (c), tính lặp lại từ bước 6 đến bước 9 để đạt được điều kiện cân bằng → Giá trị c cuối cùng<br>Chọn lại c = 23,1 mm, tính lại các giá trị: $\varepsilon_{fe} = 0,00925$ mm/mm > $\varepsilon_{fd} = 0,0065$ mm/mm<br>→ Phá hoại do mất dính bám, lấy $\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{fd} = 0,0065$ mm/mm<br>$\varepsilon_c = 0,00217$ mm/mm; $\varepsilon_s = 0,00535$ mm/mm; $f_s = 1123$ N/mm$^2$ > $f_y = 247,5$ N/mm$^2$<br>Lấy $f_s = 247,5$ N/mm$^2$; $f_{fe} = 1478$ N/mm$^2$<br>$\beta_1 = 0.809$; $\alpha_1 = 0,921$; $\varepsilon'_c = 0,0016$; c = 23,1 mm<br>Như vậy giá trị c đã hội tụ. Vậy chiều cao vùng nén c = 23,1 mm |
| Bước 12 | Tính toán sức kháng uốn thành phần: $M_{ns} = 9,15\ kNm$; $M_{nf} = 17,69\ kNm$ |
| Bước 13 | Tính toán sức kháng uốn tính toán của tiết diện ($M_r$).<br>$M_n = 24,18$ kNm; $M_r = 21,8$ kNm<br>$M_r > M_u$ → Kết luận: Tiết diện được gia cường có khả năng chịu được tải trọng mới<br>+ Mức độ gia tăng sức kháng uốn: %ΔM ≈120% |

Như vậy, từ kết quả tính toán gia cường cho thấy, khả năng chịu uốn của cấu kiện sàn BTCT tăng lên đáng kể, tới 120%.

Tiến hành thiết kế gia cường FRP cho sàn BTCT với các cấp độ bền bê tông khác nhau, được kết quả như Bảng 11 và đồ thị Hình 6.

***Bảng 11.*** Mức tăng sức kháng uốn của sàn BTCT với các cấp độ bền bê tông khác nhau

| Cấp độ bền bê tông | Sức kháng uốn hiện hữu (kNm) | Sức kháng uốn tính toán ($M_r$) kNm | Mức tăng sức kháng uốn (ΔM) % | Dạng phá hoại |
|---|---|---|---|---|
| B20 | 9,8 | 18,71 | 91 | Mất kết dính tấm FRP |
| B25 | 9,91 | 21,76 | 120 | Mất kết dính tấm FRP |
| B30 | 9,98 | 23,20 | 133 | Mất kết dính tấm FRP |
| B35 | 10,02 | 24,40 | 144 | Mất kết dính tấm FRP |




***Hình 6.*** Biểu đồ mức tăng sức kháng uốn tương ứng với cấp độ bền bê tông

Từ kết quả Bảng 11 và đồ thị Hình 6, ta thấy rằng mức độ tăng cường khả năng chịu uốn của sàn tỷ lệ thuận với cường độ chịu nén của bê tông, tương ứng với cường độ bê tông tăng từ 11,5 MPa đến 19,5 MPa, sức kháng uốn tính toán tăng từ 91% đến 144%. Đồng thời, kết quả cũng cho thấy rằng sự phá hoại của sàn bê tông cốt thép xảy ra do mất dính bám giữa lớp FRP gia cường khỏi bề mặt cấu kiện là chủ yếu. Kết quả này hoàn toàn phù hợp với các nghiên cứu về lý thuyết lẫn thực nghiệm trước đó, nó góp phần khẳng định thêm hiệu quả của phương pháp gia cường này.

## 4. KẾT LUẬN

Phương pháp gia cường bằng tấm FRP dán ngoài làm tăng khả năng chịu lực của sàn BTCT một cách đáng kể. Kết quả chỉ ra rằng, mức độ tăng cường khả năng chịu uốn của sàn tỷ lệ thuận với cường độ

chịu nén của bê tông, tương ứng với cường độ bê tông tăng từ 11,5 MPa đến 19,5 MPa, sức kháng uốn tính toán tăng từ 91% đến 144%. Mức độ tăng khả năng chịu uốn phụ thuộc vào các đặc trưng và tính chất cơ học của vật liệu cấu thành (bê tông, cốt thép và tấm FRP), bề rộng bố trí gia cường, và số lượng tấm (bề dày) FRP được sử dụng để gia cường.

Kết cấu sàn bê tông cốt thép thường có chiều cao mặt cắt nhỏ. Khi có sự tham gia của lớp vật liệu gia cường FRP ở bề mặt chịu kéo của cấu kiện, chiều cao vùng chịu nén được tăng lên kéo theo vùng chịu kéo giảm đi. Do đó, sự phá hoại do mất dính bám giữa lớp gia cường khỏi bề mặt cấu kiện là chủ yếu.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

### 1. Tài liệu tiếng Việt


Công ty Tư vấn Xây dựng VNT Việt Nam. *Gia cố kết cấu bằng tấm sợi carbon fiber - CFRP*. Khai thác từ http:// giacoketcau.com

Nguyễn Thành Công, Nguyễn Chí Thanh, Phạm Thị Thu Thủy và Vũ Văn Thành. (2017). Nghiên cứu thực nghiệm ứng xử uốn của bản bê tông cốt thép gia cường bằng tấm cốt sợi tổng hợp. *Tạp chí khoa học Việt Nam*, (34), 56 - 61.

Hoàng Phương Hoa và Nguyễn Đình Khánh. (2011). Nghiên cứu giải pháp gia cường dầm bê tông cốt thép bằng tấm vật liệu composite sợi carbon. *Tạp chí Giao thông vận tải*, (8), 19 - 22.

Tạ Văn Phấn và Nguyễn Vĩnh Sáng. (2017). Một số phương pháp gia cường kết cấu cột bê tông cốt thép. *Tạp chí khoa học kỹ thuật thủy lợi và môi trường*, (57), 33 - 39.

Tiêu chuẩn quốc gia. (2018). TCVN 5574-2018. *Thiết kế kết cấu bê tông và bê tông cốt thép.*

Nguyễn Hữu Tuân, Đoàn Như Hoạt và Trần Đình Hoàng. (2015). Phân tích một số yếu tố ảnh hưởng tới hiệu quả gia cường dầm BTCT bằng tấm chất dẻo có cốt sợi. *Tạp chí Kết cấu - Công nghệ xây dựng*, (04), 21 - 28.


### 2. Tài liệu tiếng nước ngoài


American Concrete Institute. ACI Committee 318. (2005). *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (318R-05).*

American Concrete Institute. (May 2017). ACI 440.2R-17. *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*.

Ayman, S. M., Khalid, M. M. (2003). *Strengthening of two-way concrete slabs with FRP composite laminates*. Construction and Building Materials, (17), 43 - 54.

Esfahani, M. R., Kianoush, M. R., & Tajari, A. R. (2007). *Flexural behaviour of reinforced concrete beams strengthened by CFRP sheets*. Engineering Structures, (29), 2428 - 2444.

Fahmy, A., Fathelbab, Mostafa, S., & Ramadan, Ayman Al-T. (2014). Strengthening of RC bridge slabs using CFRP sheets. *Alexandria Engineering Journal,* (53), 843 - 854.

Meier, U., & Kaiser, H. (1991). *Strengthening of Structures with CFRP Laminates*. Advanced Composite Materials in Civil Engineering Structures. ASCE Specialty Conference, 224 - 232.

Mukherjee, A., & Rai, G. L. (2009). *Performance of reinforced concrete beams externally prestressed with fiber composites*. Construction and Building Materials, (23), 822 - 828.

Ola, E., Joakim, L., Bjo, rn T., Piotr, R., Thomas, O. (2007). CFRP strengthened openings in two-way concrete slabs - An experimental and numerical study. *Construction and Building Materials*, (21), 810 - 826.

Ritchie, P., Thomas, D., Lu, L., & Conneley, G. (1991). External Reinforcement of Concrete Beams Using Fiber Reinforced Plastics. *ACI Structural Journal*, 490 - 500.

Sharif, A., Al-Sulaimani, G., Basunbul, I., Baluch, M., & Ghaleb, B. (1991). Strengthening of Initially Loaded Reinforced Concrete Beams Using FRP Plates. *ACI Structural Journal*, 160 - 168.

Sheikh, S, A. (2002). Performance of concrete structures retrofitted with fibre reinforced polymers. *Journal of Engineering Structures*, (24), 869 - 879.

Wissam, D. S. (2015). Strengthening of Reinforced Concrete One - Way Slabs with Opening using CFRP Strip in Flexural. International Journal of Science and Research (IJSR), (5), 980 - 991.